０１．実効値

周期Ｔ[s]の周期波形ｖ(t)について、その実効値ｖ$_e$の定義は、

$$v_e=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left\{\mathrm{v}(t)\right\}^2\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left\{\mathrm{v}(\theta)\right\}^2\mathrm{d}\theta}\quad\left(\because T=\frac{2\pi}{\omega},\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}\theta}{\omega}\right)$$

電流波形ｉ(t)についても同様に、実効値ｉ$_e$の定義は、

$$i_e=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left\{\mathrm{i}(t)\right\}^2\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left\{\mathrm{i}(\theta)\right\}^2\mathrm{d}\theta}$$

特にｖ(t)が振幅Ｖ$_m$の正弦波（角周波数ω）の場合は、

$$\mathrm{v}(t)=V_m\sin\omega t$$

$$v_e=\sqrt{\frac{V_m^2}{T}\int_0^T\sin^2(\omega t)\mathrm{d}t}=V_m\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1-\cos 2\theta}{2}\mathrm{d}\theta}$$

$$=V_m\sqrt{\frac{\left[\theta+\sin 2\theta\right]_0^{2\pi}}{4\pi}}=\frac{V_m}{\sqrt{2}}\ \left(\cong 0.7071V_m\right)$$

０２．平均値（絶対平均値）

周期Ｔ[s]の周期波形ｖ(t)について、その絶対平均値ｖ$_a$の定義は、

$$v_a = \frac{1}{T}\int_0^T \left|\mathrm{v}(t)\right|\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|\mathrm{v}(\theta)\right|\mathrm{d}\theta \quad \left(\because T = \frac{2\pi}{\omega}, \mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}\theta}{\omega}\right)$$

電流波形ｉ(t)についても同様に、絶対平均値ｉ$_e$の定義は、

$$i_a = \frac{1}{T}\int_0^T \left|\mathrm{i}(t)\right|\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|\mathrm{i}(\theta)\right|\mathrm{d}\theta$$

特にｖ(t)が振幅Ｖ$_m$の正弦波（角周波数ω）の場合は、

$$v(t) = V_m \sin\omega t$$

$$v_e = \frac{1}{T}\int_0^T \left|\mathrm{v}(t)\right|\mathrm{d}t = \frac{V_m}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|\sin\theta\right|\mathrm{d}\theta$$

$$= \frac{V_m}{2\pi}\cdot 2\int_0^{\pi}\sin\theta\mathrm{d}\theta = \frac{V_m}{\pi}\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi} = \frac{2V_m}{\pi} \ \left(\simeq 0.6366V_m\right)$$

０３．波形率・波高率

$$\text{波高率} = \frac{\text{最大値}}{\text{実効値}} \qquad \text{波形率} = \frac{\text{実効値}}{\text{平均値}}$$

波形	波高率	波形率
正弦波	$\sqrt{2}=1.414$	$\pi/2\sqrt{2}=1.111$
三角波	$\sqrt{3}=1.732$	$2/\sqrt{3}=1.155$
のこぎり波	$\sqrt{3}=1.732$	$2/\sqrt{3}=1.155$
方形波	1	1
半波整流波	2	$\pi/2=1.571$
全波整流波	$\sqrt{2}=1.414$	$\pi/2\sqrt{2}=1.111$

４．正弦波の最大値、p-p値、実効値（RMS値）の関係

実効値＝V_{RMS}，最大値＝V_{max}，p-p値＝V_{p-p}とすると、

$V_{max}=(\sqrt{2})V_{RMS}$，　$V_{p-p}=2V_{max}=(2\sqrt{2})V_{RMS}$

変調度がｍ（0≦ｍ≦1）の振幅変調波（搬送波の実効値＝V_{RMS}）では、

$V_{max}=\{(1+m)\sqrt{2}\}V_{RMS}$，　$V_{p-p}=2V_{max}=\{2(1+m)\sqrt{2}\}V_{RMS}$

RMS値の最大値：$V_{maxRMS}=(1+m)V_{RMS}$

０５．波形の加算・乗算

(1) 周波数が同じ正弦波の和・差

$$v_1 = V_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad v_2 = V_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$v = v_1 \pm v_2 = V \sin(\omega t + \varphi)$$

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 \pm 2V_1V_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{V_1 \sin\varphi_1 \pm V_2 \sin\varphi_2}{V_1 \cos\varphi_1 \pm V_2 \cos\varphi_2}$$

(2) 周波数、振幅、位相が異なる正弦波の積

$$v_1 = V_1 \sin\omega_1 t, \quad v_2 = V_2 \sin(\omega_2 t + \varphi)$$

$$v_1 v_2 = -\frac{V_1V_2}{2}\left[\cos\{(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi\} - \cos\{(\omega_1 - \omega_2)t - \varphi\}\right]$$

（実際に電圧の積は物理量として存在しないが、AM変調等で信号波で搬送波の振幅を制御する場合などに現れる）

０５．波形の加算・乗算

(3) 周波数が異なる複数正弦波の和（歪み波）

実効値Ｖ$_n$の（ｎ＝1,2,3…）正弦波の和の電圧の実効値Ｖは、

$$v_1 = \sqrt{2}V_1 \sin\omega_1 t, \quad v_2 = \sqrt{2}V_2 \sin\omega_2 t, \quad \cdots, \quad v_n = \sqrt{2}V_n \sin\omega_n t$$

のとき、

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + \cdots + V_n^2} = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} V_k^2}$$ で表せる。

相互に相関のない信号、**ノイズ**も上の計算方法で振幅（実効値、RMS値）が求められる。

(4) 歪み波のひずみ率ｋ

基本波の実効値をＶ$_1$とすると、ひずみ率ｋは、

$$k = \frac{V_1}{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + \cdots + V_n^2}} = \frac{V_1}{\sqrt{\sum_{i=2}^{n} V_i^2}}$$ と表される。

０６．電力・力率

実効値がＶ、Ｉである角周波数ωの交流電圧ｖと電流ｉが、位相θのズレを持って流れている回路の電力ｐを考える。つまり、

$$v = \sqrt{2}V \sin \omega t, \quad i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta)$$

において、

$$p = vi = 2VI \sin \omega t \sin(\omega t + \theta)$$

$$= VI \cos\theta - VI \cos(2\omega t - \theta)$$

$$= VI \cos\theta (1 - \cos 2\omega t) - VI \sin\theta \sin 2\omega t$$

に着目する。１項目と２項目の各々時間に依存しない成分を各々

$P_e = VI \cos\theta$ 　実効電力（又は有効電力 単位：[W]）

$P_r = VI \sin\theta$ 　無効電力（単位：[var]）

$P_a = VI$ 　皮相電力（単位：[VA]）

と呼び、

$P_a^2 = P_e^2 + P_r^2$ 　の関係があることから　$P_a = P_e + jP_r$ 　とも書く。

通常、$P_r < 0$の場合を「進み」、$P_r > 0$の場合を「遅れ」と表記する。

０６．電力・力率

ＶやＩが複素数で与えられている場合は、

$$\dot{P} = \dot{V} \cdot \bar{\dot{I}}$$

（Ｉは共役複素数にして掛ける）

で求められる。例えば、

$$\dot{V} = V \exp(-j\varphi), \quad \dot{I} = I \exp\{-j(\varphi + \theta)\}$$

とすると、

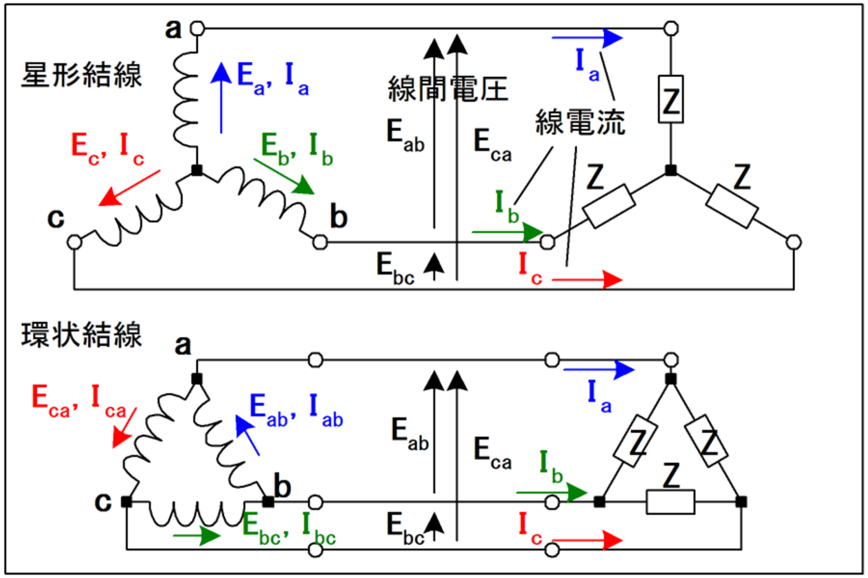
$$\begin{aligned} \dot{P} &= \dot{V} \cdot \bar{\dot{I}} \\ &= V(-\cos\varphi - j\sin\varphi) I\{-\cos(\varphi+\theta) + j\sin(\varphi+\theta)\} \\ &= VI\cos\theta + jVI\sin\theta \\ &= P_e + jP_r \end{aligned}$$

０６．電力・力率

	有効電力	無効電力	皮相電力	力率
電力表記	P_e	P_r	$P_a = \sqrt{P_e^2 + P_r^2}$	$\dfrac{P_e}{\sqrt{P_e^2 + P_r^2}}$
電流表記	rI^2	xI^2	$I^2\sqrt{r^2 + x^2}$	$\dfrac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}}$
電圧表記	gV^2	$-bV^2$	$V^2\sqrt{g^2 + b^2}$	$\dfrac{g}{\sqrt{g^2 + b^2}}$
皮相電力表記	$VI\cos\theta$	$VI\sin\theta$	VI	$\cos\theta$

０７．三相交流

回路は全て平衡回路とする。



発電機の各相の相電圧、相電流を

星形結線…Ea，Eb，Ec［V］、
　　　　　Ia，Ib，Ic［A］

環状結線…Eab，Ebc，Eca［V］、
　　　　　Iab，Ibc，Ica［A］

とする。

(1) 星型結線の場合

線間電圧Eab，Ebc，Ecaは、

$$E_{ab} = E_{bc} = E_{ca} = \sqrt{3}E \quad (\because E_a = E_b = E_c = E)$$

線電流は相電流Ia，Ib，Icに等しい。

(2) 環状結線の場合

線電流Ia，Ib，Icは、相電流の√3倍

$$I_a = I_b = I_c = \sqrt{3}I \quad (\because I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I)$$

線電圧は相電圧Eab，Ebc，Ecaに等しい。