１．連続的確率分布

(1) 定義

連続変量ｘが[α, β]の範囲で定義され、その部分区間[ｐ, ｑ]（α≦ｐ＜ｑ≦β）でのｘが取る値の確率Ｐ(ｐ＜ｘ＜ｑ)が、区間[α, β]で連続な関数ｆ(ｘ)を用いて、

$$P(p<x<q)=\int_p^q \mathrm{f}(x)\mathrm{d}x \qquad \text{但し、} \quad \int_\alpha^\beta \mathrm{f}(x)\mathrm{d}x=1, \quad 0\le \mathrm{f}(x)$$

と表される時、ｘを連続的な確率変数、ｆ(ｘ)を確率密度関数という。多くの正規分布等では、α→－∞, β→＋∞ とすることが多い。即ち、

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{f}(x)\mathrm{d}x=1$$

(2) 平均値m、分散σ²（標準偏差σ）

連続変量ｘの区間[α, β]での平均値mは、

$$m=\int_\alpha^\beta xP(p<x<q)\mathrm{d}x=\int_\alpha^\beta x\,\mathrm{f}(x)\mathrm{d}x$$

で定義される。同様に分散σ²は、

$$\sigma^2=\int_\alpha^\beta (x-m)^2\,\mathrm{f}(x)\mathrm{d}x=\int_\alpha^\beta x^2\,\mathrm{f}(x)\mathrm{d}x-m^2$$

で定義される。σを標準偏差という。

２．正規分布

(1) 関数形

平均値m、標準偏差σの正規分布（確率密度関数）は以下の形。

$$\mathrm{f}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

この形をN(m, σ²)と書く。簡単のため、m＝0, σ＝1としたN(0, 1)を標準正規分布といい、関数形は以下の形。（ｚ＝(ｘ－m)/σと変数変換したもの）

$$\mathrm{f}(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

(2) 正規分布表

数表にある正規分布表は、標準正規分布の確率密度関数の積分を、ｚから∞まで片側のみ求めたもの（下記）。

$$\varphi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_z^{\infty}\exp\left(\frac{x^2}{2}\right)\mathrm{d}x$$

関数がｚ＝0を中心に左右対称、かつ、全面積＝1なので、－∞からｚまでを求めたければ、1から表の値を引けばよい。

３．検定問題

(1) 合格・不合格割合・数の見積

平均点ｍ、標準偏差σ点の正規分布で、合格点ｐを超える合格人数（又は不合格人数）や全受験者数に対する割合を求める問題。製品の寸法規格等での不合格率の問題も同様。

→点数を正規化し、標準正規分布に変換してから数表を見る

(2) 標本の平均から母集団の平均を推定する問題

正規分布する母集団（標準偏差σ）から標本（サンプル数ｎ、平均値ｐ）を抜き出し、母集団の平均値ｍを推定する問題。ｍは、以下の範囲にある。

95%の信頼度の場合 $$p-\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}<m<p+\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}$$

99%の信頼度の場合 $$p-\frac{2.58\sigma}{\sqrt{n}}<m<p+\frac{2.58\sigma}{\sqrt{n}}$$

このｍの範囲を「信頼区間」と言う。また、母集団のσは未知のことが多いから、サンプルの標準偏差ｓで代用する場合もある。その場合、母集団の数ＮはＮ≫ｎであることと、ｎ自身も十分大きな数であること。1.96、2.58の係数は同じ。

３．検定問題

(3) 標本の割合から母集団の割合を推定する問題

母集団からｎ個の標本を抜き出し、その中に性質Ｘを満たす物がｄ個あるとき、母集団の中でＸを満たすものの割合ｐを推定する問題。サンプル中でＸを満たすものの割合をｒ＝ｄ/ｎとすると、ｐは下記の範囲にある。

95%の信頼度の場合　$r-1.96\sqrt{\dfrac{r(1-r)}{n}} < p < r+1.96\sqrt{\dfrac{r(1-r)}{n}}$

99%の信頼度の場合　$r-2.58\sqrt{\dfrac{r(1-r)}{n}} < p < r+2.58\sqrt{\dfrac{r(1-r)}{n}}$